

安徽师范大学

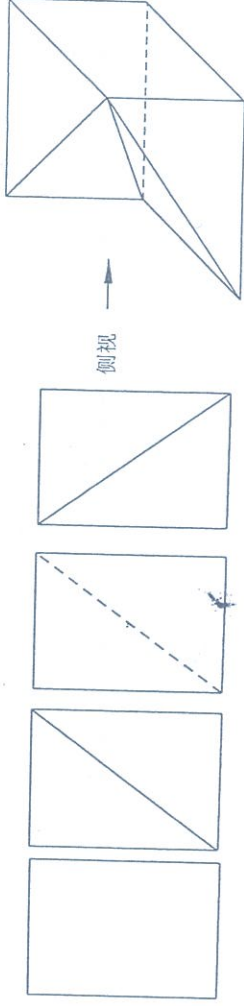
2017 年硕士研究生招生考试初试试题

科目代码: 892

科目名称: 数学教学论

一、单项选择题 (以下每小题的四个选择支中只有一个是正确的, 请将正确答案的代号填在答题纸上, 每小题 5 分, 共 40 分)

1. 将长方体截去一个四棱锥, 得到的几何体如图所示, 则该几何体的侧视图为 ().



A B C D

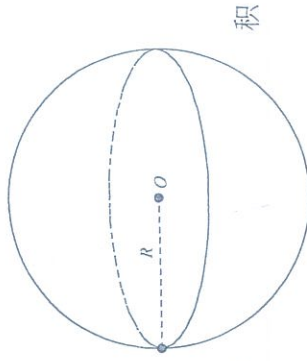
第 1 题图

2. 已知平面向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (4, 2)$, $\vec{c} = (4 + m, 2 + 2m)$, 若 \vec{c} 与 \vec{a} 的夹角等于 \vec{c} 与 \vec{b} 的夹角, 则实数 m 的值是 ().

A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

3. 如图, 气球 (近似看作球) 在充气时, 气球会越来越大, 气球的表面积与体积也随之增大, 当气球的表面积与其体积相等时, 气球的半径 R 为 ().

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



气球

第 3 题图

4. 设 $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbf{R}$, $n \geq 3$. 若 $p: a_1, a_2, \dots, a_n$ 成等比数列;

$q: (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{n-1}^2)(a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_n^2) = (a_1 a_2 + a_2 a_3 + \dots + a_{n-1} a_n)^2$, 则 ()

A. p 是 q 的充分条件, 但不是 q 的必要条件

考生请注意: 答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸上的无效!

- B. p 是 q 的必要条件, 但不是 q 的充分条件
 C. p 是 q 的充分必要条件
 D. p 既不是 q 的充分条件, 也不是 q 的必要条件

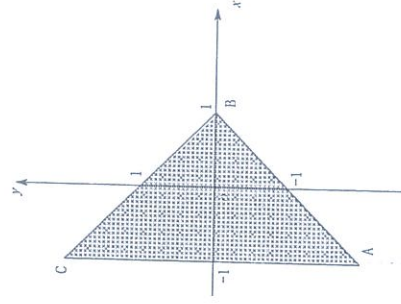
5. 如图, 在直角坐标系 xoy 中, $VABC$ 内部及其边界对应的平面区域可以用下列哪个不等式组表示 ().

A.
$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x - y - 1 \geq 0 \\ x + y - 1 \geq 0 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + y - 1 \leq 0 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} y \geq -1 \\ x - y - 1 \geq 0 \\ x + y - 1 \geq 0 \end{cases}$$

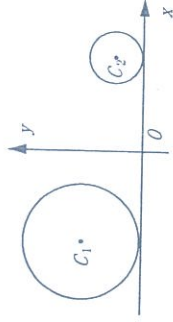
D.
$$\begin{cases} y \geq -1 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + y - 1 \leq 0 \end{cases}$$



第 5 题图

6. 已知圆 $C_1: (x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$ 与圆 $C_2: (x-4)^2 + (y-1)^2 = 1$, 则圆 C_1 沿水平方向向右平移多少个单位长度才能与圆 C_2 相内切?

- A. $7-2\sqrt{2}$ B. 4
 C. 6 D. 7



第 6 题图

7. 《义务教育数学课程标准 (2011 年版)》提出, 通过义务教育阶段的数学学习, 学生能养成良好的学习习惯. 良好的学习习惯是认真勤奋、独立思考、合作交流和 ().
 A. 反思质疑 B. 坚持真理 C. 修正错误 D. 严谨求实
8. 《普通高中数学课程标准》中提出了培养和提高学生的基本能力的课程目标, 这些基本能力包括 ().
 A. 空间想象、抽象概括、推理论证、运算求解和数据处理
 B. 数感、空间想象、抽象概括、推理论证和运算求解
 C. 数感、符号意识、空间想象、抽象概括和运算求解
 D. 符号意识、空间想象、抽象概括、推理论证和运算求解

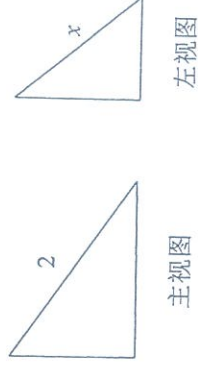
考生请注意: 答案必须写在答题纸上, 写在本试卷上的无效!

二、填空题 (每小题 5 分, 共 25 分)

9. 已知 4 枝玫瑰花与 5 枝茶花的价格之和不小于 22 元, 而 6 枝玫瑰花与 3 枝茶花的价格之和不大于 24 元, 则 2 枝玫瑰花和 3 枝茶花的价格之和的最大值为 _____ 元.

10. 画几何体的三视图时, 应注意: “长对正, 高平齐, 宽相等”, 现有一个三棱锥的三视图如图所示, 且三个三角形均为直角三角形, 请问图示中的尺寸 x, y 的乘积

xy 的最大值为 _____.



俯视图
第 10 题图

11. 在极坐标中, 圆 $\rho = 8 \sin \theta$ 上的点到直线 $\theta = \frac{\pi}{3} (\rho \in R)$ 距离的最大值是 _____.
12. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$ 的一条渐近线为 $\sqrt{3}x + y = 0$, 则 $a =$ _____.
13. 《义务教育数学课程标准 (2011 年版)》在各学段中安排了四个部分的课程内容: “数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践”, 其中“综合与实践”内容设置的目的在于 _____ (写出所有正确结论的编号).

- ① 培养学生综合运用有关知识与方法解决问题
- ② 培养学生的问题意识、应用意识和创新意识
- ③ 积累学生的活动经验
- ④ 加强学生知识与技能的熟悉程度
- ⑤ 提高学生解决现实问题的能力

三、案例分析题

14. (15 分) 案例分析

“一元二次不等式的解法”的教学片段:

师生在共同探究一元二次不等式的解法后, 进入新知识巩固环节, 教师编选了这样一道例题: 如果方程 $x^2 + (m-2)x + (5-m) = 0$ 的两个根都比 2 大, 求实数 m 的范围.

经过一段时间思考后, 一位同学给出了解题思路后马上举手, 征得教师的同意后,

考生请注意: 答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸上的无效!

黑板展示了他的解答.

解 设方程的两个根是 x_1, x_2 , 由 $\begin{cases} x_1 > 2, \\ x_2 > 2, \\ \Delta \geq 0, \end{cases}$ 得

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -(m-2) > 4, \\ x_1 x_2 = 5 - m > 4, \\ \Delta = m^2 - 4m + 4 - 20 + 4m \geq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} m < -2, \\ m < 1, \\ m \leq -4 \text{ 或 } m \geq 4. \end{cases} \quad \text{所以 } m \leq -4.$$

教师及时表扬了这位同学的机敏, 解答得快又准, 引起其他同学的羡慕和赞叹.

此时, 一位同学举手站起来, “老师, 这位解答有问题, 例如, 取 $m = -5$, 满足上述解答, 但这两根有一根不符合题意, 应当舍去.”

教师作出了出乎意料的做法, 没有作出评价, 没有肯定学生的回答, 也没有继续进行分析、探究, 就接着讲解其他的题目了, 这位同学很失落地坐下了, 其他同学也一脸茫然.

(I) 分析上述教学片段, 教学过程中师生哪些教学行为值得肯定.

(II) 分析教学过程中存在的问题, 并进行改正.

四、论述题

15. (15 分) 结合数学学科特点说明: 为什么说深刻性是数学思维品质的基础? 为什么说敏捷性是所有思维品质的集中表现?

16. (20 分) 为什么说具体——抽象——具体是数学教学的特点之一? 请以某一数学知识的教学为例, 说明教学中应如何做到抽象性与具体性相结合.

17. (35 分) 根据以下素材, 撰写一份课时教学设计(按教学目标分析, 学习内容分析, 学情分析, 教学策略选择, 教学过程设计等环节).

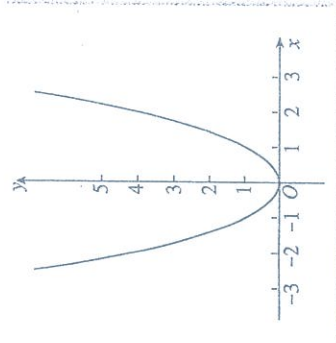
考生请注意: 答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸上的无效!

1.3.2 奇偶性

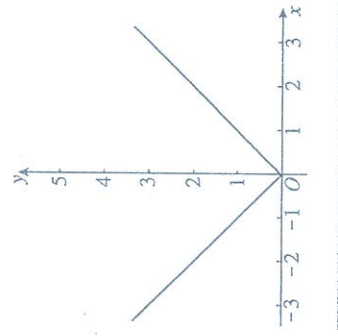


观察图 1.3-7, 思考并讨论以下问题:

- (1) 这两个函数图象有什么共同特征吗?
- (2) 相应的两个函数值对应表是如何体现这些特征的?



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = x^2$	9	4	1	0	1	4	9



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = x $	3	2	1	0	1	2	3

图 1.3-7

请你仿照这个过程, 说明函数 $f(x) = |x|$ 也是偶函数.

我们看到, 这两个函数的图象都关于 y 轴对称. 那么, 如何利用函数解析式描述函数图象的这个特征呢?

从函数值对应表可以看到, 当自变量 x 取一对相反数时, 相应的两个函数值相同.

例如, 对于函数 $f(x) = x^2$ 有:

$$f(-3) = 9 = f(3);$$

$$f(-2) = 4 = f(2);$$

$$f(-1) = 1 = f(1).$$

实际上, 对于 \mathbf{R} 内任意的一个 x , 都有 $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$. 这时我们称函数 $y = x^2$ 为偶函数.

一般地, 如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x ,

都有 $f(-x) = f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 就叫做偶函数 (even function).

例如, 函数 $f(x) = x^2 + 1$, $f(x) = \frac{2}{x^2 + 1}$ 都是偶函数,

它们的图象分别如图 1.3-8(1)(2) 所示.

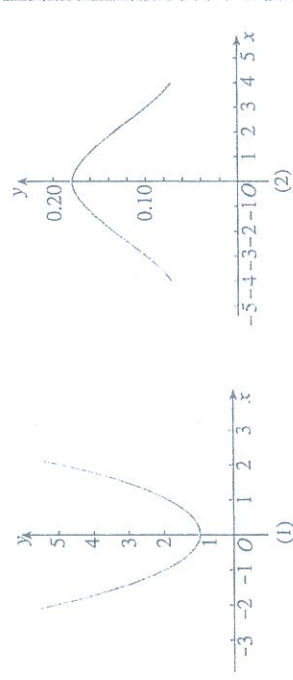


图 1.3-8



观察函数 $f(x) = x$ 和 $f(x) = \frac{1}{x}$ 的图象 (图 1.3-9), 并完成下面的两个函数值对应表, 你能发现这两个函数有什么共同特征吗?

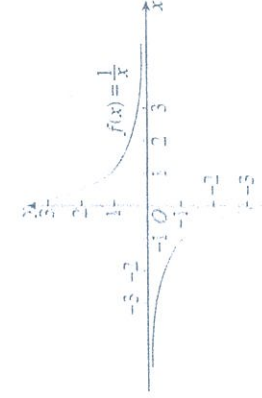
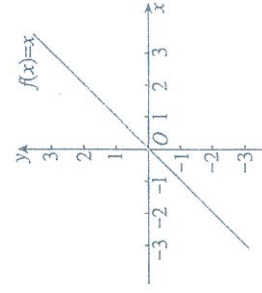


图 1.3-9

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = x$				0			

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = \frac{1}{x}$				/			

我们看到, 两个函数的图象都关于原点对称. 函数图象的这个特征, 反映在函数解析式上就是:

当自变量 x 取一对相反数时, 相应的函数值 $f(x)$ 也是

一对相反数.

例如, 对于函数 $f(x) = x$ 有:

$$f(-3) = -3 = -f(3);$$

$$f(-2) = -2 = -f(2);$$

$$f(-1) = -1 = -f(1).$$

实际上, 对于函数 $f(x) = x$ 定义域 \mathbf{R} 内任意一个 x , 都有 $f(-x) = -x = -f(x)$. 这时我们称函数 $f(x) = x$ 为奇函数.

一般地, 如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 x , 都有 $f(-x) = -f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 就叫做奇函数 (odd function).

请仿照这个过程, 说明函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 也是奇函数.



(1) 判断函数 $f(x) = x^3 + x$ 的奇偶性.

(2) 如果图 1.3-10 是函数 $f(x) = x^3 + x$ 图象的一部分, 你能根据 $f(x)$ 的奇偶性画出它在 y 轴左边的图象吗?

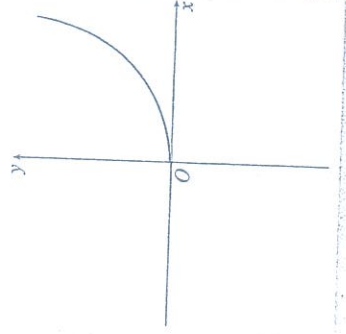


图 1.3-10

例 5 判断下列函数的奇偶性:

(1) $f(x) = x^4$;

(2) $f(x) = x^5$;

(3) $f(x) = x + \frac{1}{x}$;

(4) $f(x) = \frac{1}{x^2}$.

解: (1) 对于函数 $f(x) = x^4$, 其定义域为 $(-\infty, +\infty)$.

因为对定义域内的每一个 x , 都有

$$f(-x) = (-x)^i = x^i = f(x),$$

所以, 函数 $f(x) = x^i$ 为偶函数.

(2) 对于函数 $f(x) = x^i$, 其定义域为 $(-\infty, +\infty)$. 因为对定义域内的每一个 x , 都有

$$f(-x) = (-x)^i = -x^i = -f(x),$$

所以, 函数 $f(x) = x^i$ 为奇函数.

(3) 对于函数 $f(x) = x - \frac{1}{x}$, 其定义域为 $\{x | x \neq 0\}$.

因为对于定义域内的每一个 x , 都有

$$f(-x) = -x - \frac{1}{-x} = -x + \frac{1}{x} = -\left(x - \frac{1}{x}\right) = -f(x),$$

所以, 函数 $f(x) = x - \frac{1}{x}$ 为奇函数.

(4) 对于函数 $f(x) = \frac{1}{x}$, 其定义域为 $\{x | x \neq 0\}$.

因为对于定义域内的每一个 x , 都有

$$f(-x) = \frac{1}{(-x)} = -\frac{1}{x} = -f(x),$$

所以, 函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 为奇函数.

练习

1. 判断下列函数的奇偶性:

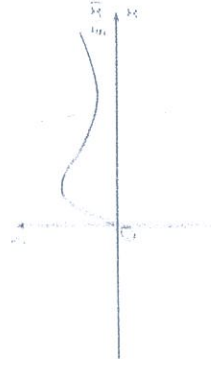
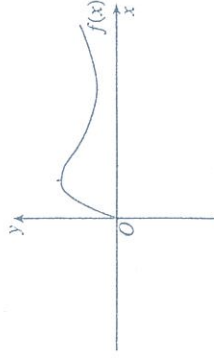
(1) $f(x) = 2x^4 + 3x^2$;

(2) $f(x) = x^3 - 2x$;

(3) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$;

(4) $f(x) = x^2 - 1$.

2. 已知 $f(x)$ 是偶函数, $g(x)$ 是奇函数, 试将下图补充完整.



(第2题)