安徽师范大学

2018 年硕士研究生招生考试初试试题

科目代码： 895

科目名称： 概率论与数理统计

一、单项选择题（每小题 5 分，共 30 分）

1. 设 $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1, P(A|B) = P(A|\overline{B})$，则下列判断成立的是______

A. 事件 A 与 B 互不相容　　B. 事件 A 与 B 相互独立

C. 事件 A 与 B 互相对立　　D. 事件 A 与 B 互不独立

2. 抛一枚不均匀的硬币，正面向上的概率为 $\frac{2}{3}$，将此硬币连抛 4 次，则恰好 3 次正面向上的概率为______

A. $\frac{8}{81}$　　B. $\frac{8}{27}$　　C. $\frac{32}{81}$　　D. $\frac{3}{4}$

3.设随机变量 X 的密度函数为 $p(x), x \in R$，且 $p(-x) = p(x)$，$F(x)$ 是 x 的分布函数，则对任意实数 a 有______

A. $F(-a) = 1 - \int_0^a p(x)dx$　　B. $F(-a) + F(a) = 1$

C. $F(-a) = F(a)$　　D. $F(-a) = 2F(a) - 1$

4. 某种电子元件的使用寿命 X (单位：小时) 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{100}{x^2}, & x \geq 100; \\ 0, & x < 100, \end{cases}$ 任取一只此种电子元件，则它的使用寿命在 150 小时以内的概率为

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

5. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X \sim N(0,9)$, $Y \sim N(0,1)$，令 $Z = X - 2Y$，则 $D(Z)$ = ______

A. 5　　B. 7　　C. 11　　D. 13

6. 已知随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}, 2 < x < 4, \\ 0, \quad 其他, \end{cases}$ 则 $E(X)$=______

A. 6　　B. 3　　C.1　　D. $\frac{1}{2}$

二、填空题（每小题4分，共20分．在正确的命题后面打√，错误的命题后面打×）

1. 若事件 A 发生概率为0，则 A 一定是不可能事件．______

2. 某种疾病的发病率为1%，则每100人必有一人发病．______

3. 若事件 A 与 B 相互独立，且互斥，则 A 与 B 中必有一事件发生概率为0．______

4. 假设检验中，原假设是受保护的．______

5. 若随机变量列 $X_n, n\geq 1$ 依概率收敛到随机变量 X，则 $X_n, n\geq 1$ 也依分布收敛到随机变量 X．______

三、(10分)某批产品中，甲、乙、丙三个工厂生产的产品分别占45%, 35%, 20%，各厂生产的次品率分别是4%, 2%, 5%，现从生产出的产品中任取一件，(1)求取到的是次品的概率；(2)若取到的是次品，求它是甲厂生产的概率．

四、(10分)设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \dfrac{x^2}{9}, & 0\leq x<3,\\ 1, & x\geq 3.\end{cases}$$

求：(1) $P(X<1)$；(2)随机变量 X 的概率密度函数；(3) $E(X)$, $D(X)$．

五、(10分) 设 (X,Y) 是二维连续型随机变量，其联合密度函数为

$$p(x,y)=\begin{cases}kxy, 0<x<y, 0<y<1,\\ 0, \quad 其他.\end{cases}$$

求(1) k的值；(2)求 X, Y 的边缘密度函数 $p_X(x), p_Y(y)$；(3)判断 X, Y 是否独立并给出理由．

六、(10分)设总体 $X\sim N(0,1)$，从此总体中取一个容量为8的样本 $(X_1,\ldots,X_8)$，设 $Y=(X_1+X_2+X_3+X_4)^2+(X_5+X_6+X_7+X_8)^2$，试确定常数 C 使 CY 服从 χ^2 分布．(要求写出证明过程并确定 CY 的自由度)．

七、(15分)设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$p(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{8}(x+y), & 0<x<2, 0<y<2;\\ 0, & 其他.\end{cases}$$

求 X,Y 的相关系数 $\rho_{X,Y}$．

八、(15分)设总体X 的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\theta x^{-(\theta+1)}, & x>1;\\ 0, & 其他,\end{cases}$$

其中$\theta(\theta>1)$ 是未知参数，$X_1,X_2,\ldots,X_n$ 是来自该总体的样本，求θ 的矩估计量和极大似然估计量.

九、(15分) 设总体X服从正态分布$N(\mu,1)$，为使得到μ的置信水平为0.95的置信区间长度不超过1.2，样本容量应为多大？(可能用到的数据：标准正态分布上侧分位点$U_{0.025}=1.96$)

十、(15分) 设某厂生产的零件长度$X\sim N(\mu,\sigma^2)$ (单位：mm)，现从生产出的一批零件中随机抽取了16件，经测量并算得零件长度的平均值$\bar{x}=1960$，标准差$s=120$，如果σ^2未知，在显著水平$\alpha=0.05$ 下，是否可以认为该厂生产的零件的平均长度是2050mm？(可能用到的数据$t_{0.025}(15)=2.131$)